

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

“ УТВЕРЖДАЮ “
Декан физико-математического факультета



А.Н. Макаренко

“ 30 ” августа 2010 г.

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ОПД.В.01 Теория рядов

Направление: **050200.62 Физико-математическое образование**
Профессионально-образовательный профиль: Математика
Степень (квалификация) выпускника – «Бакалавр физико-математического образования (математика)»

Пояснительная записка

В курсе математического анализа ряды являются мощным средством изучения функций и сильным вычислительным аппаратом, позволяющим находить значения функций, вычислять интегралы и решать другие прикладные задачи. Поэтому неформальное знакомство студентов физико-математических факультетов с теорией рядов обязательная часть математического образования.

Основными задачами строгой теории рядов являются:

1. определение понятия суммы бесконечной последовательности слагаемых;
2. установление признаков, по которым можно судить, имеет ли данный ряд сумму;
3. выделение классов рядов, с которыми можно обращаться как с конечными суммами;
4. выведение формул, позволяющих представить заданные функции в виде сумм рядов, состоящих из сравнительно простых функций;
5. другие прикладные применения рядов (приближенное вычисление рядов, решение дифференциальных уравнений, вычисление приделов).

1. Цели и задачи дисциплины

Целью изучения "Теория рядов" является получение знаний по теории и применению рядов, составляющих неотъемлемую часть фундаментального математического образования.

Основной задачей дисциплины является изучение теоретических вопросов, связанных с исследованием рядов различных типов. В процессе обучения необходимо развить навыки творческого применения рядов к решению разнообразных проблем математического анализа.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен уметь классифицировать тип ряда.

Знать основные свойства ряда, необходимый и достаточные признаки сходимости ряда применительно к различным классам рядов. Знать алгоритмы разложения функции в степенной ряд и ряд Фурье.

Владеть практическими навыками применения рядов к вычислению значений функций, определенных интегралов, к решению дифференциальных уравнений.

Быть компетентным в сфере применения рядов не только в рамках математического анализа, но и в других областях математики и физики.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	4
Общая трудоемкость дисциплины	100				
Аудиторные занятия	38				
Лекции	19		19		
Практические занятия (ПЗ)	19		19		
Семинары					
Лабораторные работы					
Другие виды аудиторных занятий					
Самостоятельная работа (СР)	62		62		

Курсовые работы				
Расчетно-графические работы				
Рефераты				
Другие виды самостоятельной работы				
Вид итогового контроля			Зач.	

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план)

2 семестр

№ п/п	Разделы дисциплины	Лекции	ПЗ	СР
1	Числовые ряды	4	4	10
2	Функциональные ряды	3	2	4
3	Степенные ряды	2	2	4
4	Применение степенных рядов	4	4	10
5	Ряды Фурье	4	4	4
6	Применение рядов Фурье	2	3	10
	Всего	19	19	42

4.2. Содержание разделов дисциплины

- Числовые ряды.** Понятие числового ряда и его сходимости. Сумма ряда. Критерий Коши сходимости рядов. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости знакостоянных рядов. Гармонический ряд. Абсолютная и условная сходимости рядов. Ряды Лейбница. Признаки сходимости знакпеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
- Функциональные ряды.** Понятие функционального ряда и его области сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Функциональные свойства суммы ряда.
- Степенные ряды.** Степенной ряд и его область сходимости. Теорема Абеля. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства его суммы. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора и ряд Маклорена. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Биномиальный ряд. Логарифмический ряд.
- Применение степенных рядов.** Приближенное нахождение значений функций. Приближенное вычисление определенных интегралов. Вычисление пределов с помощью рядов.
- Ряды Фурье.** Понятие тригонометрического ряда. Ряды Фурье по ортогональным системам функций. Коэффициенты ряда Фурье. Сходимость рядов Фурье. Теорема Дирихле о разложении периодической функции в ряд Фурье. Разложение в ряд Фурье непериодической функции. Разложение функции, заданной на отрезке $[0; \pi]$ в ряд Фурье. Тригонометрический ряд для функции с произвольным периодом $2l$. Случай задания функции на промежутке $(0; l)$.
- Применение рядов Фурье.** Вычисление сумм числовых рядов с помощью рядов Фурье. Уравнение свободных малых колебаний струны с закрепленными концами. Начальные и граничные условия. Собственные функции и собственные значения задачи.

5. Лабораторный практикум, практические занятия (семинары)

Не предусмотрен.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Рекомендованная литература

Основная литература

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для вузов / Г.Н. Берман. – М.: Наука, 2003. – 432 с.
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2 т. Т. 2 / Г.М. Фихтенгольц. – СПб.: Лань, 2006. – 440 с.

Дополнительная литература

1. Воробьев Н.Н. Теория рядов: учебное пособие для вузов./Н.Н. Воробьев. – М.: Наука, 1983. – 270с.
2. Власова, Е.А. Ряды: учебное пособие для вузов./ Е.А.Власова – М.: Из-во МГТУ, 2000. – 281с.
3. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учебное пособие для вузов: в 2 ч. / П.Е. Данко [и др.]. - М.: Оникс 21 век, Мир и образование, 2003. – Ч. 1-2.
4. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебник для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Наука, 2006. – 544 с.
5. Зимина, О.В. Высшая математика: учебное пособие для вузов/ О.В. Зимина, А.И. Кириллов, Т.А. Сальникова.– М.: Физматлит, 2006. – 532с.
6. Ильин, В.А. Математический анализ. В 2ч. Ч.2./В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. – М.: Из-во МГУ, 2004. – 317с.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины

Не предусмотрены.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебно-методические разработки кафедры.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:

8.1. Для преподавателей:

Необходимо сделать акцент на вопросах, ближе всего стоящих к профессиональным интересам студентов.

Лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Лекция по теме должна завершаться обобщающими выводами.

Цель практических занятий состоит в выработке устойчивых навыков решения основных примеров и задач дисциплины, на которых основана теория лекционного курса.

Практические занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Они могут быть построены как на материале одной лекции, так и на содержании обзорной лекции, а также по определённой теме без

чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

В конце практического занятия рекомендуется дать оценку всей работы, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний;
- активность;
- положительные стороны в работе студентов;
- ценные и конструктивные предложения;
- недостатки в работе студентов;
- задачи и пути устранения недостатков.

По курсу практических занятий рекомендуется проведение контрольных работ и расчетно-графических домашних заданий, оценка которых осуществляется по пятибалльной системе.

Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

При проведении итоговой аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

8.2. Для студентов:

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении оценок на экзаменах.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче зачета и (или) экзамена, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Для успешной подготовки и сдачи зачета (экзамена) необходимо проделать следующую работу:

- Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
- Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
- Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

8.3. Перечень примерных вопросов для самостоятельной работы:

1. Исследование на сходимость гармонических рядов.
2. Свойства сходящихся рядов.
3. Умножение рядов.
4. Оценки сумм рядов.
5. Алгоритм разложения функции в ряд Маклорена.
6. Применение рядов в приближенных вычислениях.
7. Вычисление сумм числовых рядов с помощью рядов Фурье.

8. Применение рядов Фурье к решению простейших дифференциальных уравнений.

8.4. Примерная тематика рефератов, курсовых работ:

Темы рефератов

1. Основные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов.
2. Необходимый и достаточный признаки сходимости знакочередующихся рядов (теорема Лейбница).
3. Признаки сравнения рядов (мажорантный ряд).
4. Функциональные ряды
5. Признаки Коши и Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.
6. Степенные ряды.
7. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
8. Ряд Тейлора и Маклорена.
9. Остаточный член ряда в форме Лагранжа и Пеано.
10. Разложение некоторых элементарных функций в степенной ряд.
11. Приближённое вычисление интегралов с помощью рядов.
12. Приближённое вычисление функций.
13. Теорема Абеля.
14. Ряд Фурье.
15. Вычисление некоторого типа числовых рядов с помощью ряда Фурье.

Темы курсовых работ

1. Мажорантные функции.
2. Ряд Тейлора.
3. Приближённое вычисление интегралов и функций с помощью разложения в ряды.
4. Ряды Фурье.
5. Вычисление с помощью рядов Фурье сумм числовых рядов.
6. Разложение некоторых функций в ряд Маклорена с помощью дифференцирования и интегрирования степенного ряда.
7. Вычисление остаточных членов ряда.

8.5. Перечень вопросов к экзамену:

1. Понятие числового ряда и его сходимости.
2. Критерий Коши сходимости числового ряда.
3. Необходимое условие сходимости ряда.
4. Свойства сходящихся рядов.
5. Знакопостоянный ряд и критерий его сходимости.
6. Достаточный признак сравнения рядов. Мажоранта и миноранта ряда.
7. Признак Даламбера сходимости ряда.
8. Радикальный и интегральный признаки сходимости ряда.
9. Понятие абсолютной и условной сходимости рядов
10. Ряд Лейбница и признак его сходимости.
11. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
12. Понятие функционального ряда и его области сходимости.
13. Критерий Коши равномерной сходимости функционального ряда.
14. Функциональные свойства суммы ряда.
15. Почленное дифференцирование и интегрирование функционального ряда.
16. Теорема Абеля для степенных рядов. Радиус сходимости.
17. Разложение функции в ряд Маклорена.
18. Ряды Маклорена для основных элементарных функций.
19. Биномиальный ряд и его сходимость.
20. Область применения степенных рядов. Примеры.
21. Понятие тригонометрического ряда. Коэффициенты ряда Фурье.
22. Основная теорема о разложении заданной функции в ряд Фурье.

24. Разложение функции заданной на отрезке $[0; \pi]$ в ряд Фурье по синусам и косинусам.
25. Ряд Фурье для функции, заданной на промежутке $(0; 1)$.
26. Область применения рядов Фурье. Примеры.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по специальности 050200.62 "Физико-математическое образование".

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

Старшим преподавателем
кафедры математического анализа, к.пед.н. Жидовой Л.А. 

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа
Протокол № 1 от «30» августа 2010г.

Заведующий кафедрой
математического анализа, профессор Лавров П.М. 

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией ФМФ ТГПУ

Протокол № 1 от «30» августа 2010г.

Председатель методической комиссии Разина Г.К. 